□次元臨界現象と SLE

ランダム曲線を Brown 運動で分類する

目次

□の教材の問い 1
読み方 1
参考文献 1

この教材の問い

二次元の臨界模型には、白黒の塊、自己回避的な道、木の境界、スピンの界面など、複雑なランダム曲線が現れる。SLE は、それらの連続極限を「一本の実数値過程で駆動される等角写像の成長」として記述する理論である。

中心の問いは次である。

> なぜ、平面上の複雑なランダム曲線が、一次元の Brown 運動で記述されるのか。

答えは「臨界だから Brown 運動になる」ではない。曲線の過去を等角写像で消し、半平面容量で時間を測り、領域マルコフ性を標準領域で読み直すと、駆動関数は定常独立増分を持つ連続過程になる。さらにスケーリング則を課すと、drift は消え、残るのは

$$U_t = \sqrt{\kappa} B_t$$

だけである。

□の分類原理と、特定の格子模型が本当にその極限へ収束する□とは別問題である。本教材は□の二つを分けて扱う。本文は左の目次から第 1 章へ進む構成にしている。

> **!** 判定の分離
>
> □の公開版は Quarto による HTML と、Quarto Typst による PDF を生成済みである。本文は Content Accepted Candidate として公開する。Complete 判定は、独立監査者による最終確認の後に分けて行う。

PDF 版を開く

□□□

- 第 1 章から第 5 章で、探索経路、Loewner 方程式、Brown 駆動が出る理由を順に読む。
- 第 6 章から第 11 章で、SLE の生成、相、マルチンゲール、左側通過確率、次元を読む。
- 第 12 章から第 15 章で、格子模型のスケーリング極限として SLE が出る証明構造と、証明済み部分・予想部分の境界を確認する。
- 第 16 章以降で、GFF・CFT・LQG への出口を読む。

参考文献